



ÉTUDES MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 2

Jeudi 6 mai 2010 (matin)

1 heure 30 minutes

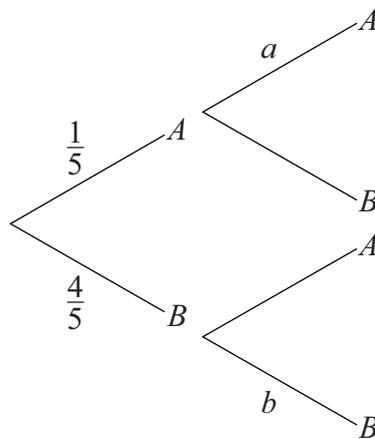
INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Répondez à toutes les questions.
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- À moins qu'il en soit indiqué autrement dans l'énoncé de la question, toutes les réponses numériques doivent être exactes ou données avec trois chiffres significatifs corrects.

Veillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. On vous recommande d'indiquer votre raisonnement autant que possible. Lorsque la réponse est fautive, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des graphiques sont utilisés pour trouver la solution, veuillez inclure un croquis de ces graphiques dans votre réponse.

1. [Note maximale : 15]

- (a) Phoebe choisit un biscuit dans une boîte bleue sur une étagère. La boîte contient un biscuit au chocolat et quatre biscuits simples. Elle mange le biscuit et en choisit un autre dans la boîte. La situation avec les quatre résultats possibles est représentée sur le diagramme en arbre ci-dessous dans lequel A signifie biscuit au chocolat et B signifie biscuit simple.



- (i) Donnez la valeur de a .
- (ii) Donnez la valeur de b .
- (iii) Trouvez la probabilité que les deux biscuits soient des biscuits simples. [6 points]

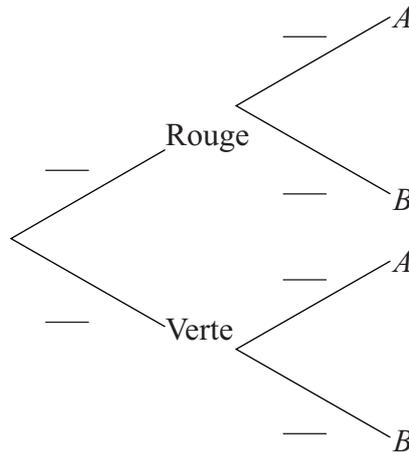
(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Sur une autre étagère, il y a deux boîtes ; une rouge et une verte. La boîte rouge contient trois biscuits au chocolat et sept biscuits simples, et la boîte verte contient un biscuit au chocolat et quatre biscuits simples. Andrew choisit soit au hasard la boîte rouge soit la boîte verte et sélectionne au hasard un biscuit.

(b) **Recopiez et complétez** le diagramme en arbre ci-dessous.

[3 points]



(c) Trouvez la probabilité pour

- (i) qu'il choisisse un biscuit au chocolat ;
- (ii) qu'il choisisse un biscuit dans la boîte rouge sachant que c'est un biscuit au chocolat.

[6 points]

2. [Note maximale : 17]

Alex et Kris font de la bicyclette ensemble sur une piste cyclable et ils notent aux instants donnés les repères kilométriques suivants.

Temps (t heures)	1	2	3	4	5	6	7
Distance (d km)	57	65	72	81	89	97	107

- (a) Dessinez un diagramme de dispersion pour ces données. Prenez 1 cm pour représenter 1 heure et 1 cm pour représenter 10 km. [3 points]
- (b) Donnez, pour l'ensemble de ces données
- (i) le temps moyen, \bar{t} ;
 - (ii) la distance moyenne, \bar{d} . [2 points]
- (c) Mettez et légendez le point $M(\bar{t}, \bar{d})$ sur votre diagramme de dispersion. [2 points]
- (d) Dessinez la droite de régression sur votre diagramme de dispersion. [2 points]
- (e) **En utilisant votre figure**, estimez le moment où Alex et Kris passent le repère kilométrique « 85 km ». Donnez votre réponse avec **un chiffre après la virgule**. [2 points]
- (f) Donnez l'équation de la droite de régression pour ces données. [2 points]
- (g) (i) **En utilisant votre équation**, calculez le repère kilométrique passé par les cyclistes à 10,3 heures.
- (ii) Est-ce que cette estimation de la distance est fiable ? Expliquez votre réponse. [4 points]

3. [Note maximale : 20]

Dans cette question, donnez toutes vos réponses en devises arrondies à l'unité la plus proche.

Ying et Ruby ont chacun 5000 USD à investir.

Ying investit ses 5000 USD sur un compte bancaire qui rapporte un taux d'intérêt nominal annuel de 4,2 % **composé annuellement**. Ruby investit ses 5000 USD dans un compte qui propose un intérêt fixe de 230 USD chaque année.

- (a) Trouvez la somme d'argent que Ruby aura à la banque après 3 ans. [2 points]
- (b) Montrez que Ying aura 7545 USD à la banque au bout de 10 ans. [3 points]
- (c) Trouvez le nombre d'années complètes qu'il faut pour que l'investissement de Ying dépasse pour la première fois 6500 USD. [3 points]
- (d) Trouvez le nombre d'années complètes qu'il faut pour que l'investissement de Ying dépasse l'investissement de Ruby. [3 points]

Ruby déménage des États-Unis vers l'Italie. Elle transfère 6610 USD dans une banque italienne qui propose un taux de change de 1 USD = 0,735 euros. La banque prend une commission de 1,8 %.

- (e) Calculez la somme d'argent que Ruby va investir dans la banque italienne après la commission. [4 points]

Ruby retourne aux États-Unis pour de courtes vacances. Elle change 800 euros dans une banque de Chicago et reçoit 1006,20 USD. La banque annonce un taux de change de 1 euro = 1,29 USD.

- (f) Calculez le pourcentage de la commission que la banque impose à Ruby. [5 points]

4. [Note maximale : 24]

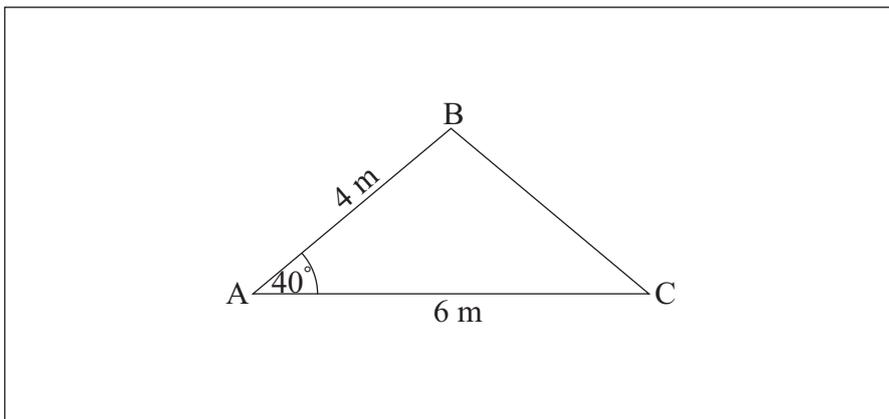
(a) Un jardinier doit paver une surface rectangulaire de 15,4 mètres de long et de 5,5 mètres de large avec des briques rectangulaires. Les briques mesurent 22 cm de long et 11 cm de large.

(i) Calculez l'aire totale qui doit être pavée. Exprimez votre réponse en cm^2 .

(ii) Donnez l'aire de chaque brique.

(iii) Trouvez combien de briques sont nécessaires pour paver en entier la surface. [6 points]

(b) Le jardinier décide de mettre au milieu de la surface rectangulaire une pelouse triangulaire ABC à la place du pavage, comme le montre le diagramme ci-dessous.



La figure n'est pas à l'échelle

La distance AB mesure 4 mètres, AC mesure 6 mètres et l'angle BAC mesure 40° .

(i) Trouvez la longueur de BC.

(ii) À partir de là, donnez le périmètre de la pelouse triangulaire.

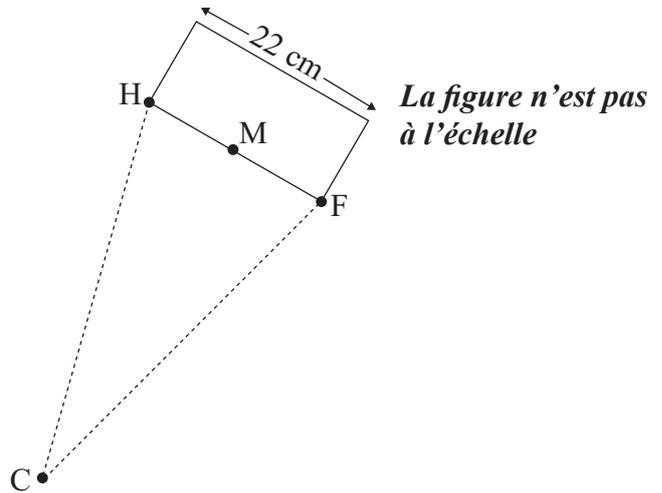
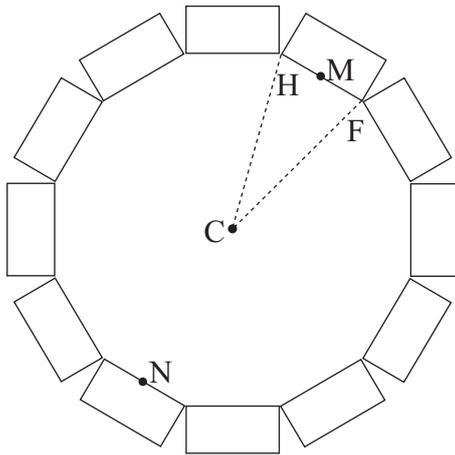
(iii) Calculez l'aire de la pelouse.

(iv) Trouvez quel pourcentage de la surface rectangulaire doit être en pelouse. [9 points]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 4)

- (c) Dans un autre jardin, douze de ces mêmes briques rectangulaires doivent être utilisées pour faire une bordure autour d'un petit parterre de fleurs comme le montrent les figures ci-dessous. FH représente la longueur d'une brique et C désigne le centre du parterre. M et N désignent les milieux des longueurs des briques qui sont sur des côtés opposés du parterre.



- (i) Trouvez la mesure de l'angle FCH.
- (ii) Calculez la distance MN depuis un côté du parterre jusqu'à l'autre, en passant par C. [5 points]

L'aire du parterre est de 5419 cm^2 . Elle est recouverte de terre sur une profondeur de 2,5 cm.

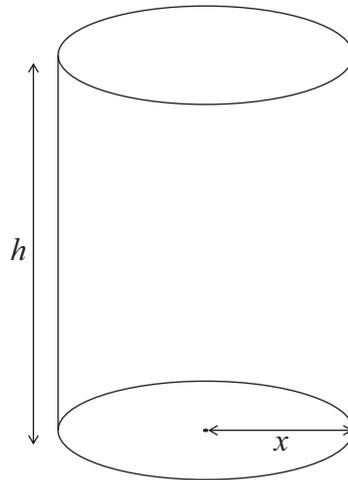
- (d) Trouvez le volume de terre utilisé. [2 points]

On estime que 1 kilogramme de terre remplit 514 cm^3 .

- (e) Trouvez combien de kilogrammes de terre sont nécessaires pour ce parterre. [2 points]

5. [Note maximale : 14]

Un producteur de nourriture pour chien doit réduire ses coûts de production. Il souhaite utiliser aussi peu d'aluminium que possible dans la fabrication de boîtes cylindriques. Dans la figure suivante, h représente la hauteur de la boîte en cm et x le rayon de la base de la boîte en cm.



La figure n'est pas à l'échelle

Le volume des boîtes de nourriture pour chien est 600 cm^3 .

- (a) Montrez que $h = \frac{600}{\pi x^2}$. [2 points]
- (b) (i) Trouvez une expression de l'aire de la surface courbe de la boîte en fonction de x . Simplifiez votre réponse.
- (ii) À partir de là, donnez une expression de A , l'aire de la surface totale de la boîte, en fonction de x . [4 points]
- (c) Dériver A par rapport à x . [3 points]
- (d) Trouvez la valeur de x qui rend A minimum. [3 points]
- (e) Calculez l'aire minimum de la surface totale de la boîte de nourriture pour chien. [2 points]